

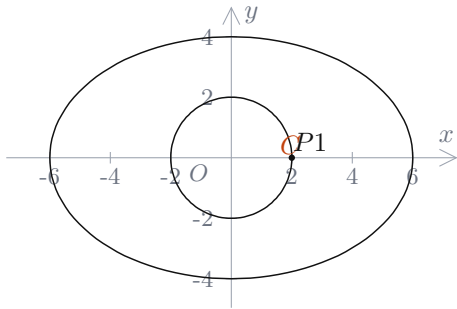
기하 확인 평가

이차곡선 · 공간도형 · 벡터

반 _____ 번호 _____ 이름 _____

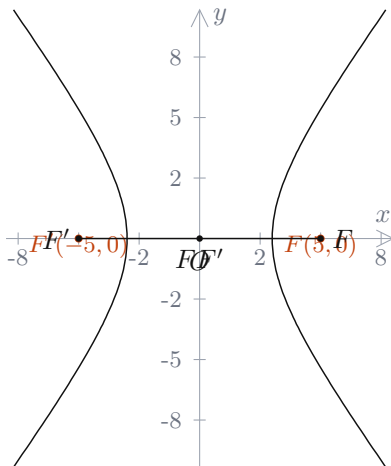
총 6문항 · 24점

1. [4 점] 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 단축을 장축으로 하는 타원 C 가 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점이 $(2, 0)$ 이다. 타원 C 의 이심률을 e 라 할 때, $12e^2$ 의 값은?



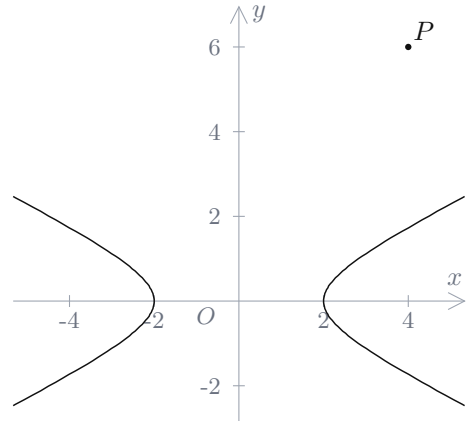
① 6 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

2. [4 점] 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 이라 하자. 이 쌍곡선 위의 제1사분면의 점 P 에 대하여 $\overline{PF} = \overline{FF'}$ 이다. 선분 PF' 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM}$ 의 길이는? (단, O 는 원점이다.)



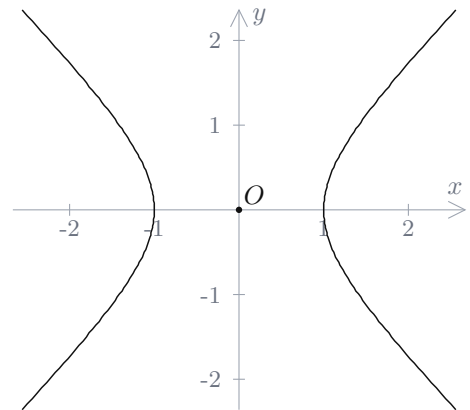
① 5 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 16

3. [4 점] 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $P(4, 6)$ 에서의 법선이 x 축과 만나는 점을 H 라 하자. $\overline{PH}^2$ 의 값은?



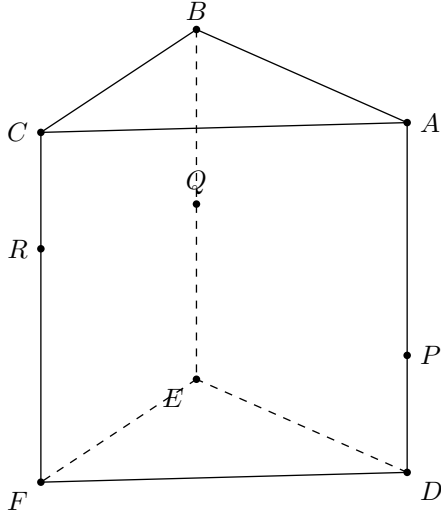
① 144 ② 160 ③ 168 ④ 180 ⑤ 196

4. [4 점] 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{18} = -1$ 위의 제1사분면의 점 $P(2, 3\sqrt{3})$ 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM}^2$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

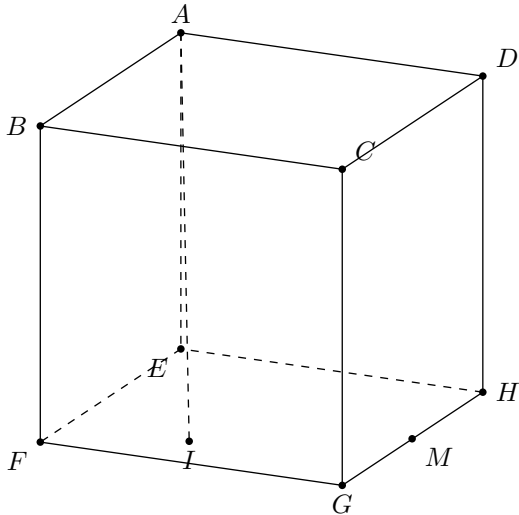


① 5 ② 7 ③ 9 ④ 12 ⑤ 13

5. [4점] 모든 모서리의 길이가 6 인 삼각기둥 $ABC - DEF$ 에서 모서리 AD 를 2 : 1 로 내분하는 점을 P , 모서리 BE 의 중점을 Q , 모서리 CF 를 1 : 2 로 내분하는 점을 R 이라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이는?



- ① $2\sqrt{30}$ ② $3\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{30}$ ④ $5\sqrt{30}$
 ⑤ $6\sqrt{30}$
6. [4점] 한 모서리의 길이가 4 인 정육면체 $ABCD - EFGH$ 에서 모서리 HG 의 중점을 M 이라 하자. 점 A 에서 직선 FM 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{AI}$ 의 값은?



- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
 ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
 ③ $2\sqrt{5}$
 ④ $4\sqrt{5}$
 ⑤ $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

정답

1. 3 2. 1 3. 4 4. 2 5. 2 6. 5

정답과 해설

1. 정답 3

주어진 타원의 단축의 길이는 8 이므로 타원 C 의 장축의 길이는 8 이다. C 가 x 축과 $(2, 0)$ 에서 만나므로 단축 방향의 반축의 길이는 2 이다. $c^2 = 16 - 4 = 12$ 이고 이심률은 $e = \frac{\sqrt{12}}{4}$ 이므로 $e^2 = \frac{3}{4}$ 이다. 따라서 $12e^2 = 9$ 이다.

2. 정답 1

$a^2 = 9, b^2 = 16$ 이므로 $c^2 = 25, c = 5$ 이다. 두 초점 사이의 거리는 $\overline{FF'} = 10$ 이다. 쌍곡선의 정의에 의해 $\overline{PF'} - \overline{PF} = 2a = 6$ 이고, $\overline{PF} = 10$ 이므로 $\overline{PF'} = 16$ 이다. 이심률은 $e = \frac{5}{3}$ 이고 오른쪽 가지 위의 점에서는 $\overline{PF} = ex - a$ 이므로 $\frac{5}{3}x - 3 = 10, x = \frac{39}{5}$ 이다. $y^2 = 16(\frac{x^2}{9} - 1) = \frac{16 \times 1296}{225}$ 이므로 $y = \frac{48}{5}$ 이다. 점 P 의 좌표는 $(\frac{39}{5}, \frac{48}{5})$ 이다. 중점 M 의 좌표는 $(\frac{7}{5}, \frac{24}{5})$ 이다. 따라서 $\overline{OM} = \sqrt{\frac{49}{25} + \frac{576}{25}} = \sqrt{25} = 5$ 이다.

3. 정답 4

점 P 에서의 접선은 $x - \frac{y}{2} = 1$ 이므로 기울기는 2 이다. 법선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이고, 점 P 를 지나므로 $y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 4)$ 이다. 정리하면 $x + 2y = 16$ 이다. $y = 0$ 을 대입하면 $H(16, 0)$ 이다. 따라서 $\overline{PH}^2 = (16 - 4)^2 + (0 - 6)^2 = 180$ 이다.

4. 정답 2

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 위의 점 (x_0, y_0) 에서의 접선은 $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = -1$ 이다. $a^2 = 8, b^2 = 18$ 이므로 점 P 에서의 접선은 $\frac{2x}{8} - \frac{3\sqrt{3}y}{18} = -1$, 곧 $\frac{x}{4} - \frac{\sqrt{3}}{6}y = -1$ 이다. x 절편은 $-4, y$ 절편은 $2\sqrt{3}$ 이므로 $A(-4, 0), B(0, 2\sqrt{3})$ 이다. 중점 M 의 좌표는 $(-2, \sqrt{3})$ 이다. 따라서 $\overline{OM}^2 = 4 + 3 = 7$ 이다.

5. 정답 2

1단계 (각 점의 위치) 삼각기둥은 옆모서리가 밑면에 수직인 기둥이므로, 모든 모서리가 6 이면 옆면은 한 변이 6 인 정사각형이다. $\overline{AP} = 4, \overline{BQ} = 3, \overline{CR} = 2$ 이다.

2단계 (세 변의 길이) 옆면 $ABED$ 에서 $\overline{PQ}^2 = 6^2 + (4 - 3)^2 = 37$, 옆면 $BCFE$ 에서 $\overline{QR}^2 = 6^2 + (3 - 2)^2 = 37$, 옆면 $ACFD$ 에서 $\overline{PR}^2 = 6^2 + (4 - 2)^2 = 40$ 이다.

3단계 (넓이) 삼각형 PQR 는 $\overline{PQ} = \overline{QR} = \sqrt{37}$ 인 이등변삼각형이므로 Q 에서 PR 에 내린 수선은 PR 를 이등분한다. 높이는 $\sqrt{37 - 10} = 3\sqrt{3}$ 이고 $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{3} = 3\sqrt{30}$ 이다. 답은 ㉔이다.

6. 정답 5

1단계 (삼수선의 정리 준비) $AE \perp$ (평면 $EFGH$) 이고 직선 FM 은 평면 $EFGH$ 위에 있다. 점 E 에서 직선 FM 에 내린 수선의 발을 I' 이라 하면 삼수선의 정리에 의하여 $AI' \perp FM$ 이므로 $I' = I$ 이다.

2단계 ($\overline{EI}$) 정사각형 $EFGH$ 에서 $\overline{FM} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ 이고, 삼각형 EFM 의 넓이는 밑변 $\overline{EF} = 4$ 와 높이(점 M

과 직선 EF 사이의 거리) 4 로 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ 이다. 따라서 $\overline{EI} = \frac{2 \cdot 8}{2\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$ 이다.

3단계 ($\overline{AI}$) 직각삼각형 AEI 에서 $\overline{AI}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EI}^2 = 16 + \frac{64}{5} = \frac{144}{5}$ 이므로 $\overline{AI} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$ 이다. 답은 ㉕이다.